

Prof. Dr. Alfred Toth

Ortsfunktionalisierung der polykontexturalen Zahlen

1. Die sog. polykontexturalen Zahlen – Protozahlen, Deuterozahlen und Tritozahlen – wurden von Gotthard Günther eingeführt (vgl. Günther 1976-80). Genauer genommen handelt es sich bei diesen Zahlen, im Gegensatz zu den Peanozahlen 0, 1, 2, ... oder 1, 2, 3, ..., nicht um Einzelzahlen, sondern um Zahlensysteme: „Diese Zahlensysteme verweisen nun nicht auf die Kontextualität EINES gegebenen ontologischen Ortes, d.h. auf EINE Qualität, sondern auf eine universelle Sub-Struktur, die diese unterschiedenen ontologischen Orte, die unterschiedenen Qualitäten miteinander verbindet“ (Kronthaler 1986, S. 34).

2. Das Problem besteht nun darin, daß der „ontologische Ort“ selbst die Qualität ist. Ferner bleibt auch in den Schriften Günthers weitgehend unklar, was denn dieser ontologische Ort ist. Da sich die polykontexturale Logik auch als polykontexturale Ontologie darstellen läßt (vgl. Günther 1976, S. 313 ff.), kann damit nur die iterierbare Subjektposition der ihr zugrunde liegenden aristotelischen Logik der Form $L = (0, 1)$ gemeint ist, denn das Objekt bleibt, um das Wort Hegels zu zitieren, genauso wie in der monokontexturalen Logik „totes Objekt“, die Objektposition ist damit also nicht-iterierbar. Das bedeutet somit, daß jedem Subjekt seine eigene monokontexturale Logik zukommt und die Polykontextualität in einem durch sog. Transjunktionen oder Transoperatoren bewerkstelligten Verbundsystem entsteht. Nicht die Logik eines Subjektes, sondern nur diejenige des Gesamtsystems ist also polykontextural. Daher kann es wegen der reinen Subjektfunktionalität einer polykontexturalen Zahl auch keinen ontischen Ort geben, denn ein solcher würde ja die Iteration auch der Objektposition voraussetzen.

3. Die Iteration der Objektposition ist nun der Ansatzpunkt für die von mir entwickelte qualitative Arithmetik, denn sie geht davon aus, daß jedes Objekt einen Ort hat

$$\Omega = f(\omega).$$

Damit vererbt sich jeder Peanozahl P , die ein Objekt zählt, diese Ortsfunktionalität

$$P = f(\omega).$$

Wie ich zusammenfassend in Toth (2016) gezeigt hatte, ergeben sich damit genau 3 mögliche Zählweisen, die ich die adjazente (lineare), subjazente (vertikale) und die transjazente (diagonale) genannt hatte.

3.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cc}
 \begin{array}{cc} x_i & y_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \end{array} & \times & \begin{array}{cc} y_i & x_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \end{array} & \times & \begin{array}{cc} y_j & x_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i \end{array} & \times & \begin{array}{cc} x_j & y_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i \end{array} \\
 \end{array}$$

3.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cc}
 \begin{array}{cc} x_i & \emptyset_j \\ y_i & \emptyset_j \end{array} & \times & \begin{array}{cc} \emptyset_i & x_j \\ \emptyset_i & y_j \end{array} & \times & \begin{array}{cc} \emptyset_j & x_i \\ \emptyset_j & y_i \end{array} & \times & \begin{array}{cc} x_j & \emptyset_i \\ y_j & \emptyset_i \end{array} \\
 \end{array}$$

3.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{cc}
 \begin{array}{cc} x_i & \emptyset_j \\ \emptyset_i & y_j \end{array} & \times & \begin{array}{cc} \emptyset_i & x_j \\ y_i & \emptyset_j \end{array} & \times & \begin{array}{cc} \emptyset_j & x_i \\ y_j & \emptyset_i \end{array} & \times & \begin{array}{cc} x_j & \emptyset_i \\ \emptyset_j & y_i \end{array} \\
 \end{array}$$

In der obigen Darstellung wurden zusätzlich die Subjektindizes i und j angegeben, d.h. diese qualitativen Zahlen sind nicht nur Objekt-, sondern auch Subjektfunktional.

Der wesentliche Unterschied zwischen der qualitativen Arithmetik von Toth und der qualitativen Mathematik von Kronthaler besteht also darin, daß die erstere im Gegensatz zur letzteren trotz dieser iterierbaren Objekt- und Subjektpositionen monokontextural bleibt. Sie geht davon aus, daß die Begriffe Objekt und Subjekt ohne einander sinnlos sind. Ein Objekt kann nur dann ein solches sein, wenn es ein solches für ein Subjekt ist. Und ein Subjekt kann es nur dann geben, wenn es ein Objekt gibt, von dem es sich unterscheidet. Ontisch gesehen ist es daher nur dann sinnvoll, von einem Objekt zu sprechen, wenn es von einem Subjekt wahrgenommen wird. Durch die Wahrnehmung erhält aber das Objekt – als vom Subjekt Wahrgenommenes – Subjektanteile, und das Subjekt – als das das Objekt Wahrnehmende – erhält Objektanteile. Es ist daher nötig, statt von $L = (0, 1)$ von einem Quadrupel von L-Funktionen der Form

$$L_1 = (0, (1)) \quad L_1^{-1} = ((1), 0)$$

$$L_2 = ((0), 1) \quad L_2^{-1} = (1, (0))$$

auszugehen, die im Gegensatz zu $L = L^{-1}$ paarweise ungleich sind. Man kann diese vier L-Funktionen unter Vernachlässigung der Positionen der Werte in den vier Gleichungen durch

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0)$$

ausdrücken. Je nachdem, ob man 0 oder 1 die erkenntnistheoretische Funktion des Objektes und 1 oder 0 diejenige des Subjektes zuweist, formalisieren daher die beiden letzten Gleichungen das subjektive Objekt und das objektive Subjekt. Rein formal wird für die Transformation

$$\tau: L \rightarrow (L_1, L_1^{-1}, L_2, L_2^{-1})$$

lediglich ein Einbettungsoperator der Form

$$E: x \rightarrow [x] \text{ (mit } x \in (0, 1)\text{)}$$

benötigt, d.h. kein dritter Wert, welcher als (substantielles) Tertium die aristotelische Basis der Logik zerstört. Wenn man E als Tertium bezeichnen will,

dann handelt es sich um ein differentielles Tertium, das jedoch innerhalb der aristotelischen Logik nicht vorgesehen ist.

Wie man sieht, spielt innerhalb des Quadrupels von L-Funktionen allerdings nicht nur die Tatsache, ob ein Wert eingebettet oder nicht-eingebettet ist, eine Rolle, sondern auch der Ort, wo der Wert, d.h. die Zahl, steht, denn selbstverständlich gilt

$$(0, (1)) \neq ((1), 0)$$

$$((0), 1) \neq (1, (0))$$

$$(1, (0)) \neq ((0), 1)$$

$$((1), 0) \neq (0, (1)).$$

Jede Zahl ist somit nicht nur von E, sondern auch von einem Ort ω qua Objekt Ω abhängig, d.h. für jede Peanozahl P gilt

$$P = f(E, \omega),$$

und DIESE ABHÄNGIGKEIT VOM OBJEKT IST ES, WAS SIE ZUR QUALITATIVEN ZAHL MACHT und also weder der Ort selbst oder die Länge eines Morphogrammes (Kronthaler) noch die Orthogonalität von Paaren von Peanozahlen (vgl. Günther 1991, S. 419 ff.).

4. Die polykontexturalen Zahlen Günthers sind nun so definiert, daß bei den Protozahlen nur die Anzahl der verschiedenen Symbole, bei den Deuterozahlen nur die Verteilung der verschiedenen Symbole und erst bei den Tritozahlen die Position eines Symbols in einem Morphogramm, d.h. einer Folge von Keno-grammen, relevant ist.

Für die zwei ersten polykontexturalen Zahlen (vgl. die Tabelle bei Kronthaler 1986, S. 36) sind nun alle drei Zahlensysteme gleich, nicht aber für die dritte

Protozahlen	Deuterozahlen	Tritozahlen
0	0	0
00	00	00
01	01	01

000	000	000
001	001	001
012	012	010
		011
		012

Wenn wir also die peanoschen Primzeichen bzw. Zeichenzahlen Benses (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) statt mit kontexturierten qualitativen Zahlen (vgl. Toth 2018) mit polykontexturalen Zahlen einführen wollen, muß für jede polykontexturale Zahl Q gelten

$$Q = f(\omega).$$

ω ist also – um es nochmals in aller Deutlichkeit auszusprechen – nicht der ontologische, sondern der ontische Ort. Das kann man sehr schön zeigen, indem wir die 8 „fehlenden“ polykontexturalen Zahlen

100, 110, 101, 021, 102, 120, 201 und 210

bilden. Vermöge eines „Normalformoperators“ sind sie nämlich auf die 5 Tritozahlen der Kontextur $K = 3$ abbildbar, denn wir haben

$$N(100) = (011)$$

$$N(110) = (001)$$

$$N(101) = (010)$$

$$N(021) = (012)$$

$$N(102) = (012)$$

$$N(120) = (012)$$

$$N(201) = (012)$$

$$N(210) = (012).$$

Die positionsrelevanten Tritozahlen sind also nicht von ontischen, sondern von ontologischen Orten abhängig.

Will man also eine vollständige qualitative Mathematik nicht durch Kontexturierung der Zeichenzahlen, sondern durch Ortsfunktionalisierung der polykon-

texturalen Zahlen erreichen, besteht nur die Möglichkeit die letzteren in Form der drei ortsfunktionalen Zahlenschemata darzustellen. Dieses Verfahren ist auch dadurch legitimiert, daß Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen ausdrücklich als 2-dimensionale Zahlen eingeführt sind (vgl. Kronthaler 1986, S. 31), also genau so wie die adjazenten, subjazenten und transjazenten Zahlen.

Wenn wir uns vorderhand aus Gründen der Verständlichkeit auf die Kontextur $K = 2$ beschränken (in der, wie gesagt, Proto-, Deutero- und Tritozahlen (P, D, T) nicht unterschieden sind), so bekommen wir (die Subjektindizes fallen nun natürlich weg wegen der Iterabilität der Subjektposition der den polykontexturalen Zahlen zugrunde liegenden Logik):

4.1. Adjazente polykontexturale Zahlen

4.1.1. $P = D = T = (00)$

0	0		0	0		0	0		0	0
∅	∅		∅	∅		∅	∅		∅	∅
		×			×			×		
∅	∅		∅	∅		∅	∅		∅	∅
0	0		0	0		0	0		0	0

4.1.2. $P = D = T = (01)$

0	1		1	0		1	0		0	1
∅	∅		∅	∅		∅	∅		∅	∅
		×			×			×		
∅	∅		∅	∅		∅	∅		∅	∅
0	1		1	0		1	0		0	1

4.2. Subjazente polykontexturale Zahlen

4.2.1. $P = D = T = (00)$

0	∅	∅	0	∅	0	0	∅
0	∅	∅	0	∅	0	0	∅
×		×		×			
0	∅	∅	0	∅	0	0	∅
0	∅	∅	0	∅	0	0	∅

4.2.2. $P = D = T = (01)$

0	∅	∅	0	∅	0	0	∅
1	∅	∅	1	∅	1	1	∅
×		×		×			
1	∅	∅	1	∅	1	1	∅
0	∅	∅	0	∅	0	0	∅

4.3. Transjazente polykontexturale Zahlen

4.3.1. $P = D = T = (00)$

0	∅	∅	0	∅	0	0	∅
∅	0	0	∅	0	∅	∅	0
×		×		×			
∅	0	0	∅	0	∅	∅	0
0	∅	∅	0	∅	0	0	∅ .

4.3.2. $P = D = T$

0	∅	∅	0	∅	0	0	∅
∅	1	1	∅	1	∅	∅	1
×		×		×			
∅	1	1	∅	1	∅	∅	1
0	∅	∅	0	∅	0	0	∅ .

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt amMain 1986

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Kontexturierung der qualitativen Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018

4.12.2018